



Répartition des richesses, inégalités

1. Outils statistiques

Quelques grandeurs statistiques utiles :

A. Qui tiennent compte des valeurs extrêmes

- Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + n_3 \times x_3 + \dots}{n_1 + n_2 + n_3 \dots}$$

- Variance :

$$V = \frac{n_1 \times (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \bar{x})^2 + n_3 \times (x_3 - \bar{x})^2 + \dots}{n_1 + n_2 + n_3 \dots}$$

- Écart-type :

$$\sigma = \sqrt{V}$$

B. Qui ne tiennent pas compte des valeurs extrêmes

- Médiane
- Quartiles Q_1, Q_3 , écart interquartiles $Q_3 - Q_1$
- Déciles : partagent la série en dix séries de même taille, notés D_1, D_2, \dots, D_9 , rapport interdéciles : D_9/D_1

Exercice 10.1 Dans un questionnaire, on demande aux personnes interrogées une valeur numérique sur leur degré de satisfaction (un nombre entier entre 0, pas du tout satisfait, et 10, totalement satisfait).

Pour chaque valeur de σ associer une situation :

- $1 \leq \sigma \leq 2$
- $\sigma \geq 6$
- $\sigma = 0$

1. Les personnes sondées sont unanimement d'accord
2. Les personnes sondées sont partagées
3. Les personnes sondées sont globalement d'accord

.....

.....

.....

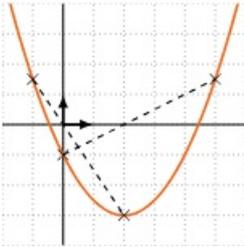
.....

2. Outils issus de l'analyse

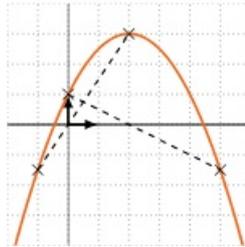
Quelques grandeurs statistiques utiles :

A. Convexité

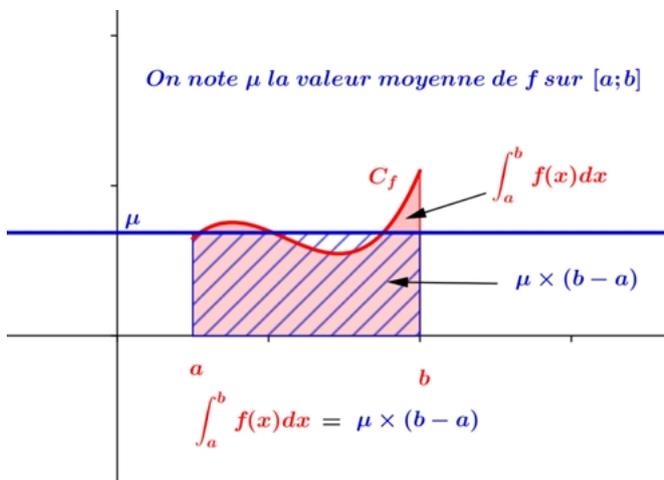
Fonction convexe



Fonction concave

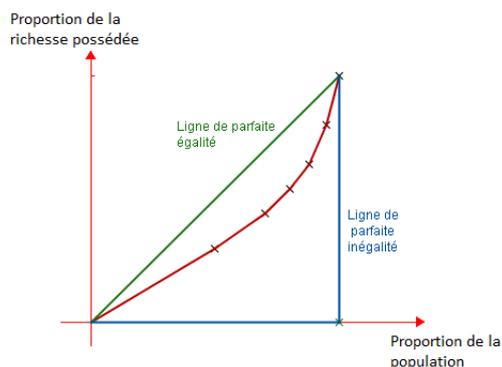


B. Intégration et valeur moyenne



$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

C. Courbe de Lorenz et indice de Gini



Une **courbe de Lorenz** est une représentation graphique représentant la proportion $y\%$ de richesse détenue en fonction de la proportion $x\%$ de la population qui détient cette richesse.

L'**indice de Gini** est un coefficient qui évalue la dispersion d'une série statistique. Il se définit en général à partir de la courbe de Lorenz d'une variable aléatoire positive X définie sur une population. L'**indice de Gini** de X est le double de l'aire de la surface délimitée par la courbe de Lorenz et la première diagonale du carré unité. Remarquons qu'il est toujours compris entre 0 et 1.

Exercice 10.2 Une société fabrique et vend du mobilier , entre 200 et 600 meubles par mois. Le bénéfice algébrique (en milliers d'euros) généré par la fabrication et la vente de x centaines de meubles est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[2; 6]$ par :

$$f(x) = -0,9x^2 + 3 + 20 \ln(x)$$

1. Montrer que la fonction F définie sur $[2; 6]$ par $F(x) = -0,3x^3 - 17x + 20x \ln(x)$ est une primitive de f .

.....

2. Calculer $\int_2^6 f(x) dx$

.....

3. En déduire la valeur moyenne du bénéfice mensuel pour des ventes comprises entre 200 et 600 meubles. On arrondira le résultat obtenu à l'euro près.

.....

